Formelsammlung Mathematik – Realschule an der Holbeinstraße - Delmenhorst

$=$	gleich	$\parallel$	parallel zu
$\neq$	ungleich	$\nparallel$	nicht parallel
$\triangleq$	entspricht	$\perp$	senkrecht auf
$\approx$	ungefähr	$\llcorner$	rechter Winkel
$\sim$	proportional, ähnlich	AB	Gerade durch die Punkte A und B
$<$	kleiner als	$\vdash\overline{AB}$	Halbgerade (Strahl) mit dem Anfangs- punkt A
$\leq$	kleiner oder gleich	$\overline{AB}$	Strecke mit den Endpunkten A und B
$>$	größer als	$\sphericalangle$ ABC	Winkel ABC
$\geq$	größer als oder gleich	$\sphericalangle$ (g, h)	Winkel mit den Schenkeln g und h
$\lvert a \rvert$	Betrag von a	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi$	Namen von Winkeln
$\in$	ist Element von	P(x/y)	Punkt P mit den Koordinaten x und y
$\notin$	ist nicht Element von	u	Umfang
$\{\}$	leere Menge	A	Flächeninhalt
$\wedge$	und	O	Oberfläche
$\vee$	oder	V	Volumen
$\subset$	echte Teilmenge von		

2. <u>Zahlenmengen:</u>

$\mathbb{N}$ = { 0,1,2,3,……} Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{Z}$ = { …, (- 3), (- 2), (- 1), 0, 1, 2, 3,……} Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$ Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}^*$, $\mathbb{Q}^*$, $\mathbb{R}^*$, entsprechende Mengen ohne die Zahl Null
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

3. <u>Rechenarten</u>

3.1 <u>Bezeichnungen:</u>

Art:	**Zeichen:**	**Beispiel**	**a heißt:**	**b heißt:**	**c heißt:**
Addition	+	a + b = c	Summand	Summand	Summe
Subtraktion	-	a – b = c	Minuend	Subtrahend	Differenz
Multiplikation	$\cdot$	$a \cdot b = c$	Faktor	Faktor	Produkt
Division	:	a : b = c	Dividend	Divisor	Quotient
	oder ———	$\frac{a}{b} = c$	Zähler	Nenner	Bruch
Potenzierung		$a^b = c$	Basis	Exponent	Potenzwert
Radizierung	$\sqrt{\ }$	$\sqrt[b]{a} = c$	Radikand	Wurzelexponent	Wurzelwert

3.2 Hierarchie der Rechenarten:

- Klammern ausrechnen oder vereinfachen.
- Potenzierung und Radizierung durchführen.
- Punktrechnung ausführen.
- Klammern auflösen.
- Strichrechnung ausführen.

4. Klammern:

4.1 Klammern auflösen:

a + (b – c) = a + b – c ; a – (b – c) = a – b + c

4.2 Multiplikation:

$$(a+b)\cdot(c-d) = ac - ad + bc - bd$$

4.3 Ausklammern:

$$ab + ac - ad = a\cdot(b+c-d)$$

4.4 Binomische Formeln:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad ; \quad (a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

5. Potenzen, Wurzeln:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$
$$a^x : a^y = a^{x-y}$$
$$(a^x)^y = a^{xy}$$
$$a^x \cdot b^x = (a\cdot b)^x$$
$$a^x : b^x = (a : b)^x$$
$$a^1 = a$$
$$a^0 = 1$$
$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$$
$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n+m]{a}$$
$$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$
$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

6. Quadratische Gleichungen:

Normierte Form: $x^2 + px + q = 0$

Lösungen: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Satz des Vieta: $x_1 + x_2 = -p$ und $x_1 \cdot x_2 = q$

7. Prozent- und Zinsrechnung:

Prozentrechnung: $W = \frac{p}{100}\cdot G$

Promillerechnung: $W = \frac{p}{1000}\cdot G$

Zinsrechnung: $Z = \frac{K\cdot p\cdot t}{100\cdot 360}$ t ist die Zeit in Tagen

8. Wachstum:

8.1 Exponentielles Wachstum:

$$G_n = G_0 \cdot q^n ; \quad q = \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$$

8.2 Zinseszinsrechnung:

$$K_n = K_0 \cdot q^n \;;\; q = \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$$

9. Statistik, Wahrscheinlichkeit:

Arithmetisches Mittel: $\overline{w} = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + ... + w_n}{n}$

Standardabweichung: $s = \sqrt{\frac{(w_1 - \overline{w})^2 + (w_2 - \overline{w})^2 + ... + (w_n - \overline{w})^2}{n}}$

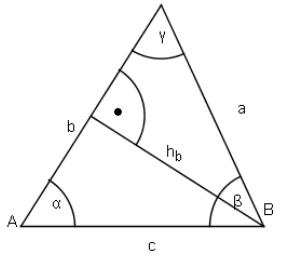
Fakultät: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot .... \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Binominalkoeffizient: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

---

10. Dreiecke:

10.1 allgemeines Dreieck:

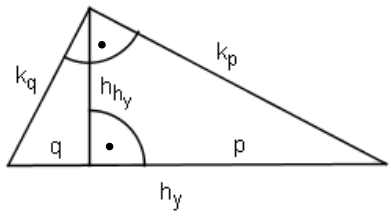


$$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$$

$$u = a + b + c$$

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

10.2 rechtwinkliges Dreieck:



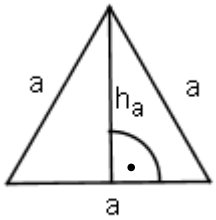
Höhensatz: $h_{h_y}^{\;2} = q \cdot p$

Kathetensatz: $k_q^{\;2} = h_y \cdot q$

$k_p^{\;2} = h_y \cdot p$

Satz des Pythagoras: $h_y^{\;2} = k_q^{\;2} + k_p^{\;2}$

10.3 gleichseitiges Dreieck:



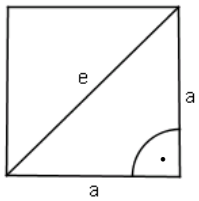
$$h_a = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

---

11. Vierecke:

11.1 Quadrat:

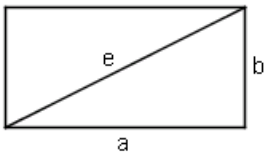


$$u = 4 \cdot a$$

$$A = a \cdot a = a^2$$

$$e = A \cdot \sqrt{2}$$

11.2 Rechteck:

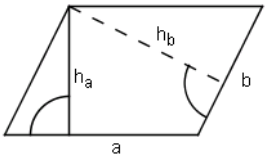


$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = a \cdot b$$

$$e = \sqrt{a^2 + b^2}$$

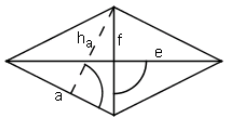
11.3 Parallelogramm:



$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

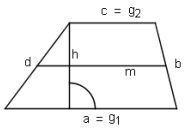
11.4 Raute:



$$u = 4 \cdot a$$

$$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

11.5 Trapez:



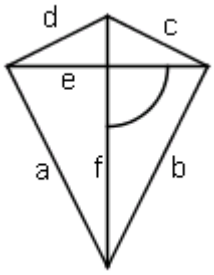
$$u = a + b + c + d$$

$$m = (g_1 + g_2) : 2$$

$$A = \frac{(g_1 + g_2) \cdot h}{2}$$

$$A = m \cdot h$$

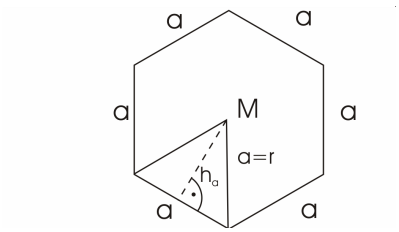
11.6 Drache:



$$u = 2 \cdot (a + c)$$

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

12. regelmäßiges Sechseck:



M: Mittelpunkt des Umkreises und Inkreises

R: Radius des Umkreises

h_a : Radius des Inkreises

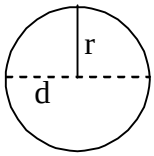
$$h_a = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$u = 6 \cdot a$$

$$A = 1{,}5 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

13. Kreis:

13.1 Kreis:



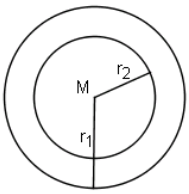
$$d = 2 \cdot r$$

$$u = \pi \cdot d$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r$$

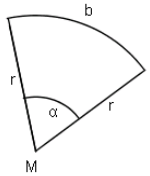
$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

13.2 Kreisring:



$$A = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$$

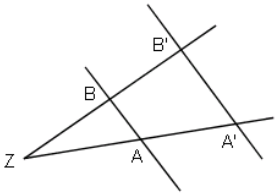
13.3 Kreisausschnitt, Kreisbogen::



$$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^0}$$

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^0} = \frac{b \cdot r}{2}$$

14. Strahlensatz; Ähnlichkeit:



$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}}$$

$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{BA}}$$

AB ∥ A'B'

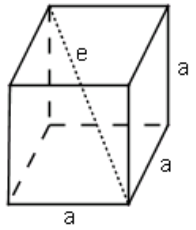
k: Abbildungsmaßstab

$$a' = k \cdot a$$

$$A' = k^2 \cdot A$$

$$V' = k^3 \cdot V$$

15. <u>Würfel</u>

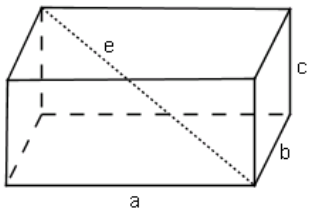


$$O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

$$e = a \cdot \sqrt{3}$$

16. <u>Quader</u>

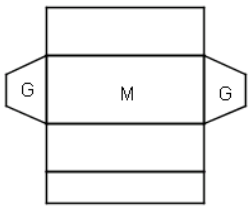


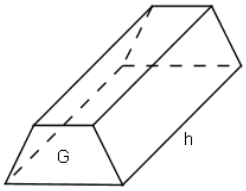
$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

17. <u>gerades Prisma</u>



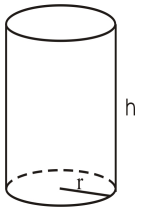


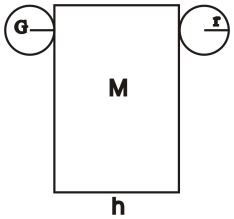
$M = u_G \cdot h$ (M: Mantelfläche)

$O = 2 \cdot G + M$ (G: Grundfläche)

$V = G \cdot h$

18. <u>Zylinder</u>



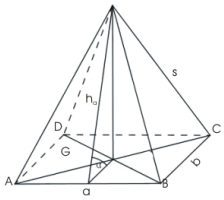


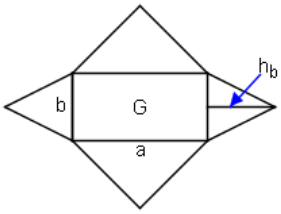
$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

19. <u>Pyramide</u>

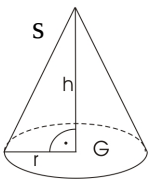


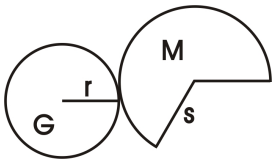


$O = G + M$

$V = \dfrac{G \cdot h}{3}$

20. <u>Kegel</u>



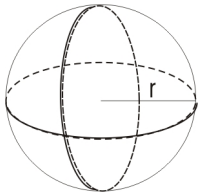


$M = \pi \cdot r \cdot s$

$O = G + M = \pi \cdot r \cdot (r + s)$

$V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$

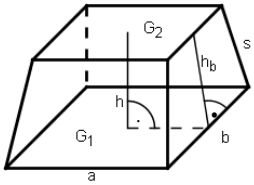
21. Kugel



$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

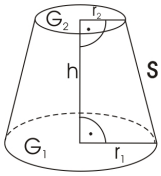
22. Pyramidenstumpf



$$O = G_1 + M + G_2$$

$$V = \frac{h}{3} \cdot \left(G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2\right)$$

23. Kegelstumpf:



$$M = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

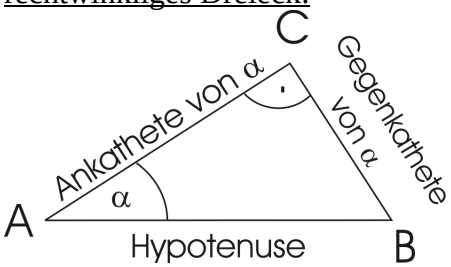
$$O = G_1 + G_2 + M$$

$$O = \pi \cdot \left[r_1^{\,2} + r_2^{\,2} + s \cdot (r_1 + r_2)\right]$$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot \left(r_1^{\,2} + r_1 \cdot r_2 + r_2^{\,2}\right)$$

24. Trigonometrie:

24.1 rechtwinkliges Dreieck:

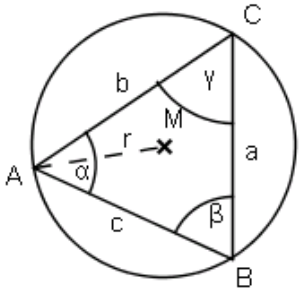


$$\sin\alpha = \frac{Gegenkathete\ von\ \alpha}{Hypotenuse}$$

$$\cos\alpha = \frac{Ankathete\ von\ a}{Hypotenuse}$$

$$\tan\alpha = \frac{Gegenkathete\ von\ \alpha}{Ankathete\ von\ \alpha}$$

25.2 allgemeines Dreieck:



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2 \cdot r$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$$

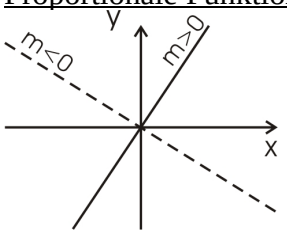
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$$

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2}$$

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma$$

26. Funktionen:

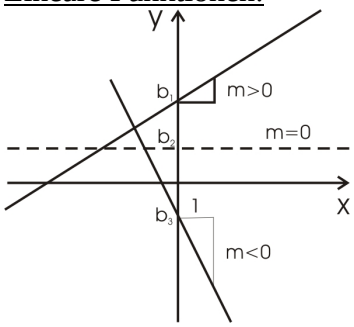
26.1 Proportionale Funktionen:



$x \mapsto m \cdot x$

$y = m \cdot x$

26.2 Lineare Funktionen:

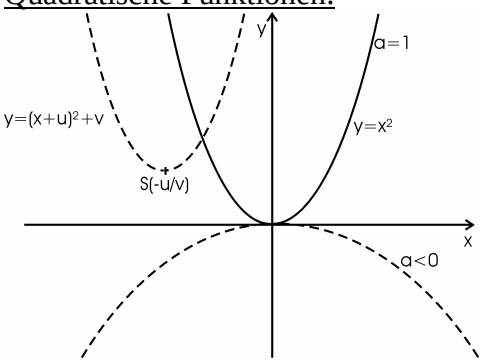


$x \mapsto m \cdot x + b$

$y = m \cdot x + b$

y(0/b) (y-Achsenschnittpunkt)

26.3 Quadratische Funktionen:

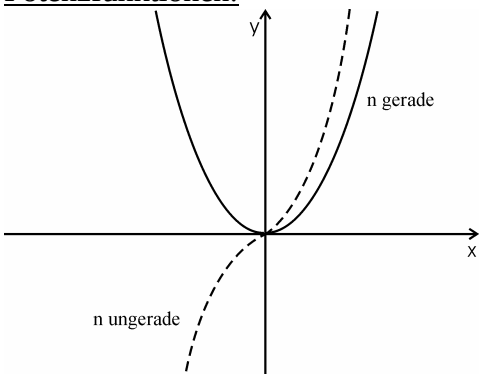


$x \mapsto a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

S: Scheitelpunkt

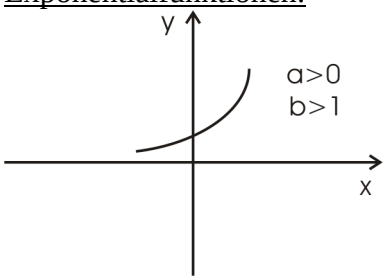
26.4 Potenzfunktionen:



$x \mapsto x^n$

$y = x^n$

26.5 Exponentialfunktionen:



$x \mapsto a \cdot b^x$

$y = a \cdot b^x$